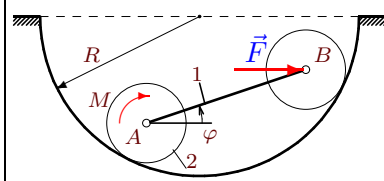
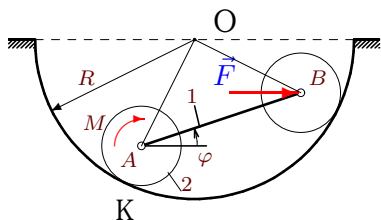


Задача 30.28



Оси цилиндров одинакового радиуса r соединены стержнем $AB = L$ массой m_1 . Цилиндры катятся по поверхности радиуса $R = 4r$. Масса цилиндра A равна m_2 . К оси B приложена горизонтальная сила F , к цилиндру A — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Решение



Из графа $A \xrightarrow[\varphi+\alpha]{3r} O$ получаем

$$v_{Ox} = v_{Ax} - 3r\dot{\varphi} \sin(\varphi + \alpha) \quad (1)$$

$$v_{Oy} = v_{Ay} + 3r\dot{\varphi} \cos(\varphi + \alpha) \quad (2)$$

Из графа $K \xrightarrow[\varphi+\alpha]{r} A$

$$v_{Ax} = v_{Kx} - r\omega_z \sin(\varphi + \alpha) \quad (3)$$

$\alpha = \angle OAB$. При $v_{Kx} = 0$, $v_{Ox} = 0$ получаем из (1) и (3): $\omega_z = -3\dot{\varphi}$.

Из графа $A \xrightarrow[\varphi]{L} B$

$$v_{Bx} = v_{Ax} - L\dot{\varphi} \sin(\varphi)$$

$$v_{By} = v_{Ay} + L\dot{\varphi} \cos(\varphi)$$

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3m_2\omega_z^2 r^2}{4} + \frac{(J_1 + m_1 h^2)\dot{\varphi}^2}{2} = \frac{C\dot{\varphi}^2}{2},$$

где $J_1 = m_1 L^2/12$, $h = 3r \sin \alpha$. Обобщенная сила

$$Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} ((-m_1 g)(v_{By} + v_{Ay})/2 + (-m_2 g)v_{Ay} + Fv_{Bx} - M\omega_z).$$

Так как $\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0$, уравнение Лагранжа 2-го рода имеет вид $C\ddot{\varphi} = Q$.